

Ćwiczenie 45

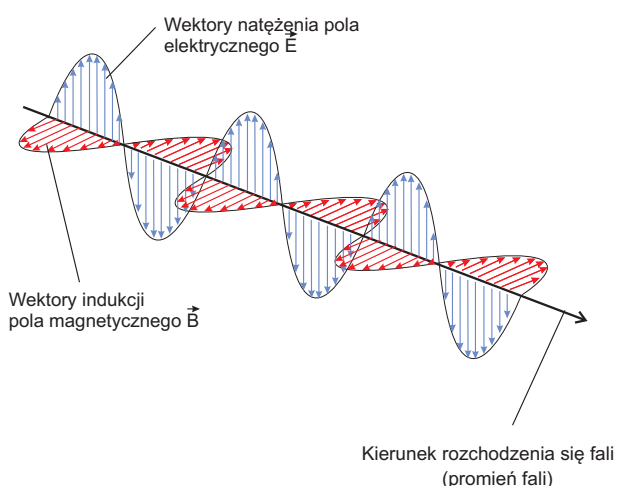
Wyznaczanie stężenia roztworów cukru przy pomocy polarymetru

Wstęp teoretyczny: Krzysztof Rebilas.

Autorem ćwiczenia w Pracowni Fizycznej Zakładu Fizyki Uniwersytetu Rolniczego w Krakowie jest Józef Mazurkiewicz.

ŚWIATŁO

W ujęciu fizyki klasycznej opierającej się na teorii Maxwella światło widzialne to fala elektromagnetyczna o długości w zakresie ok. 400-700 nm. W fali elektromagnetycznej wektory natężenia pola elektrycznego \vec{E} i indukcji pola magnetycznego \vec{B} ustawione są prostopadłe do kierunku biegu fali (Rys. 1). Ponadto wektory \vec{E} i



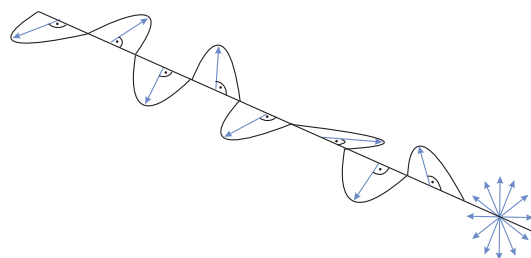
Rysunek 1. Fala elektromagnetyczna.

\vec{B} ustawione są prostopadłe względem siebie, zatem informacja o kierunku wektora \vec{E} pozwala automatycznie ustalić kierunek wektora \vec{B} . Z tego względu zwyczajowo rozpatruje się jedynie wektor natężenia pola elektrycznego \vec{E} , który nosi też nazwę "wektora świetlnego".

Ponieważ drgania wektora pola elektrycznego \vec{E} odbywają się w płaszczyźnie *prostopadłej* do kierunku rozchodzenia się fali, fala elektromagnetyczna jest falą **poprzeczną** i jako taka może być niespolaryzowana lub spolaryzowana.

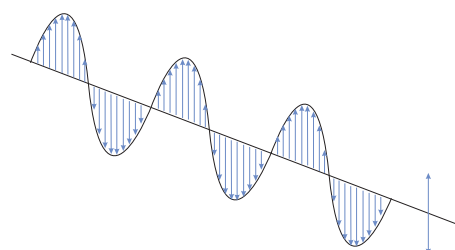
Fala elektromagnetyczna jest falą **niespolaryzowaną** jeśli wektory świetlne \vec{E} ustawione są w fali chaotycznie we wszystkich kierunkach (ale zawsze prostopadłe do wektora prędkości fali) z jednakowym prawdopodobieństwem (Rys. 2).

Fala elektromagnetyczna jest falą **spolaryzowaną liniowo** jeśli wektory świetlne \vec{E} ustawione są w fali równoległe względem siebie i tworzą wraz z kierunkiem rozchodzenia się fali tzw. **płaszczyznę polaryzacji** (Rys. 3).



Rysunek 2. Fala elektromagnetyczna niespolaryzowana.

cji (Rys. 3).



Rysunek 3. Fala elektromagnetyczna spolaryzowana liniowo.

Najogólniejszym stanem polaryzacji jest tzw. polaryzacja eliptyczna, w której wektory \vec{E} i \vec{B} zakreślają w miejscu, przez które przechodzi fala, linie w kształcie elipsy. Możliwa jest też polaryzacja kołowa, przy której wektory \vec{E} i \vec{B} zakreślają linię w kształcie koła.

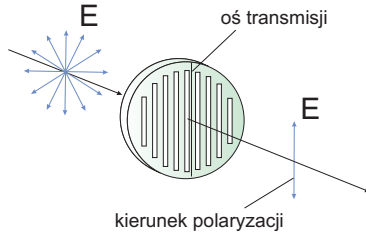
Zwykle światło składa się z wielu fal emitowanych przez pojedyncze atomy lub molekuly. Każdy atom wysyła falę o określonej polaryzacji. Przy dużej liczbie atomów źródła, kierunki wektora \vec{E} są jednakowo prawdopodobne i wypadkowa fala będąca sumą fal emitowanych przez poszczególne atomy jest falą *niespolaryzowaną*.

METODY POLARYZACJI ŚWIATŁA

Aby otrzymać falę spolaryzowaną liniowo, należy z wiązki światła niespolaryzowanego usunąć wszystkie fale oprócz tych, których wektor pola elektrycznego \vec{E} drga w jednej płaszczyźnie.

Selektywna absorpcja

Pewne substancje anizotropowe złożone ze zorientowanych molekuł przepuszczają tylko te fale, których wektor pola elektrycznego \vec{E} ustawiony jest w określonym kierunku równoległym do tzw. **osi transmisji**, Rys. 4. Przykładami takich substancji są turmalin, szpat islandz-



Rysunek 4. Filtr polaryzacyjny. Polaryzacja światła polega na przepuszczeniu jedynie tych drgań pola elektrycznego fali, które są zgodne z kierunkiem osi transmisji. Własność przepuszczania pola elektrycznego w określonym kierunku zaprezentowano *symbolicznie* w formie układu równoległych szczelin.

ki lub sztucznie wytwarzany materiał zwany polaroidem. Określona orientacja powiązanych ze sobą molekuł wiąże się z istnieniem wyróżnionego kierunku przewodnictwa elektrycznego w tych substancjach. W rezultacie molekuły absorbują fale świetlne, których wektor pola elektrycznego \vec{E} jest zgodny z kierunkiem przewodnictwa, a przepuszczają fale mające wektor elektryczny \vec{E} ustawiony prostopadłe do kierunku przewodnictwa elektrycznego (tj. zgodnie z osią transmisji).

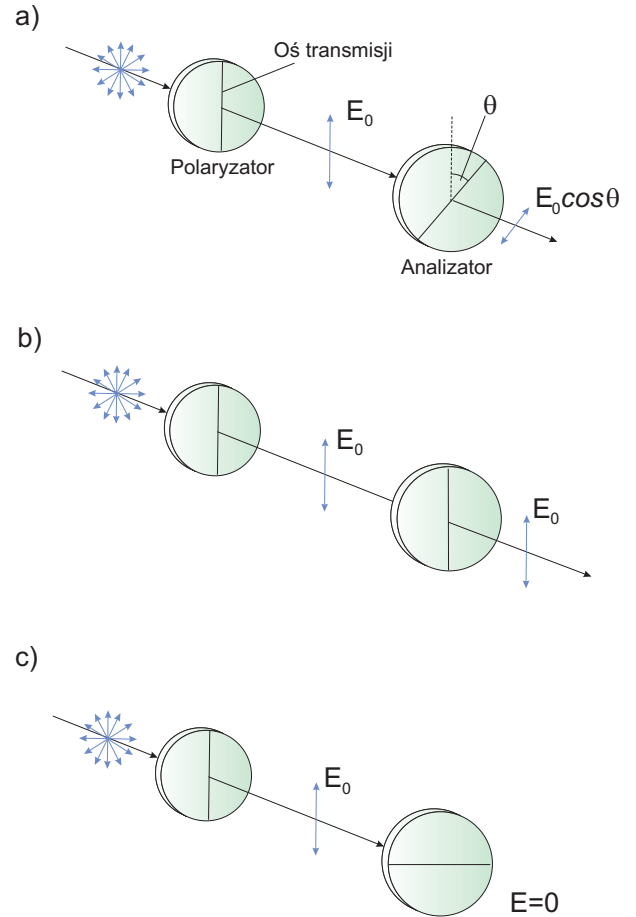
Na Rys. 5a przedstawiono przejście światła niespolaryzowanego przez dwie płytki polaryzujące, tzw. **polaryzatory**, których osie transmisji tworzą kąt θ . Pierwszy polaryzator przepuszcza światło o wektorze pola elektrycznego \vec{E}_0 zgodnym z jego osią transmisji. Drugi polaryzator, zwany *analizatorem*, przepuszcza jedynie składową pola \vec{E}_0 zgodną ze swoją osią transmisji, czyli wektory o długości $E_0 \cos \theta$. Natężenie światła jest proporcjonalne do kwadratu wektora pola elektrycznego, zatem natężenie światła po przejściu przez analizator wynosi (prawo Malusa):

$$I = I_0 \cos^2 \theta, \quad (1)$$

gdzie I_0 to natężenie światła padającego na analizator. Maksimum przepuszczanego światła przez układ polaryzator-analizator następuje, gdy osie transmisji obu płytek są zgodne ($\theta = 0^\circ$ lub 180°) - Rys. 5b. Przy prostopadłym ustawieniu osi ($\theta = 90^\circ$ lub 270°) następuje całkowite wygaszenie światła - Rys. 5c.

Odbicie światła

Światło ulega całkowitej lub częściowej polaryzacji podczas odbicia od powierzchni dielektryka. Wiązka

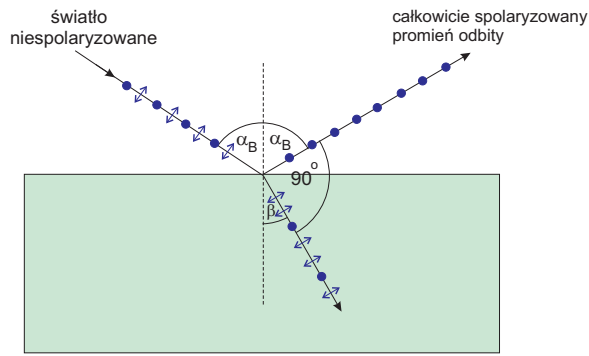


Rysunek 5. Działanie układu polaryzator-analizator, gdy: a) ich osie transmisji tworzą kąt θ , b) osie transmisji są do siebie równoległe, c) osie transmisji są do siebie prostopadłe.

światła padająca z próżni na powierzchnię jakiegoś ośrodka częściowo się odbija i częściowo wchodzi do ośrodka w formie wiązki załamanej (Rys. 6). Przy dowolnym kącie padania $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, promień załamany i odbity są częściowo spolaryzowane. Promień załamany polaryzuje się w kierunku zgodnym z płaszczyzną padania, a promień odbity w kierunku prostopadłym do płaszczyzny padania. Jeśli promień odbity i załamany tworzą *kąt prosty*, wówczas promień odbity jest spolaryzowany całkowicie. Dzieje się to przy kącie padania wiązki zwanym *kątem Brewstera* α_B . Z prawa załamania światła wynika, że $\tan \alpha_B = n$, gdzie n to współczynnik załamania ośrodka.

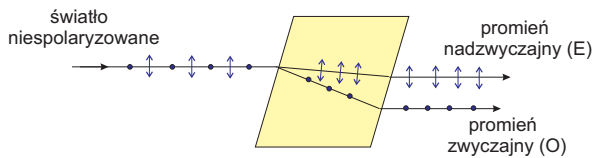
Podwójne załamanie

W ośrodkach jednorodnych światło porusza się we wszystkich kierunkach z jednakową prędkością. Istnieją jednak materiały krystaliczne, takie jak kalcyt lub kwarc, w których prędkość światła zależy od kierunku. Gdy promień światła niespolaryzowanego pada na taką substan-



Rysunek 6. Polaryzacja światła przez odbicie od powierzchni dielektryka.

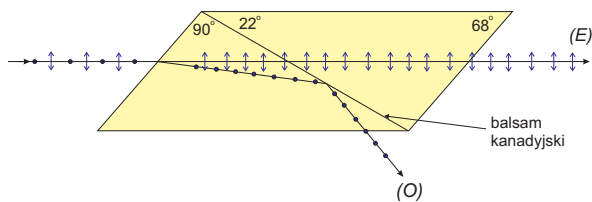
cię, następuje tzw. **zjawisko podwójnego załamania**: na granicy ośrodka następuje rozszczepienie promienia na dwa załamane pod różnym kątem promienie, promień zwyczajny O i promień nadzwyczajny E . Każdy z za-



Rysunek 7. Bieg promieni świetlnych przez kryształ dwójłomny.

łamanych promieni jest *liniowo spolaryzowany* (w kierunkach wzajemnie prostopadłych). Substancje, w których zachodzi zjawisko podwójnego załamania nazywamy **kryształami dwójłomnymi**.

W celu uzyskania światła spolaryzowanego liniowo wystarczy zastosować kryształ dwójłomny i wyeliminować jeden z promieni. Na tej zasadzie działa polaryzator liniowy zwany **pryzmatem Nicol** lub po prostu **nikolem** (Rys. 8). Składa się on z dwóch kawałków kryształu



Rysunek 8. Bieg promieni w pryzmacie Nicol.

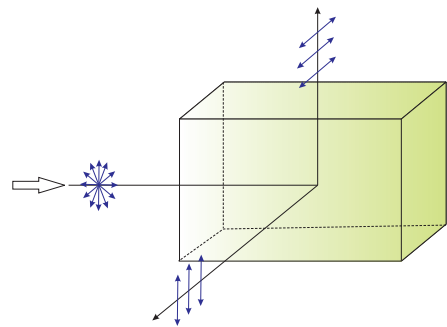
dwójłomnego (szpatu islandzkiego) połączonych ze sobą balsamem kanadyjskim. Kryształ dwójłomny powoduje rozszczepienie wiązki na dwa liniowo spolaryzowane promienie. Obecność balsamu kanadyjskiego o współczynniku załamania mniejszym niż współczynnik załamania szpatu islandzkiego sprawia, że promień zwyczajny O ule-

ga całkowitemu wewnętrznemu odbiciu, a przez układ przechodzi jedynie jeden liniowo spolaryzowany promień E .

Rozpraszanie światła

Światło ulega polaryzacji również przy rozproszeniu. Zjawisko rozproszenia światła polega na absorpcji i prawie natychmiastowej reemisji światła przez atomy lub cząsteczki ośrodka, przez które przechodzi światło. Rozproszenie światła na cząsteczkach powietrza sprawia, że docierające do nas światło słoneczne jest częściowo spolaryzowane. Z rozpraszaniem światła na cząsteczkach powietrza wiąże się również obserwowany kolor nieba, bowiem najłatwiej rozpraszane jest światło o małej długości fali czyli właśnie o barwie niebieskiej.

Polaryzację światła przez rozproszenie tłumaczy się tym, że światło indukuje w cząsteczkach drgania ładunków w kierunku prostopadłym do swego kierunku rozchodzenia się. Drgające ładunki reemitują światło (światło rozproszone) o wektorze pola elektrycznego \vec{E} zgodnym z kierunkiem ich drgań. Ponieważ fale świetlne są poprzeczne, wobec tego ośrodek może wysyłać fale tylko w kierunkach prostopadłych do kierunku własnych drgań. Tak więc wiązka rozproszona pod kątem *prostym* względem wiązki padającej będzie zawsze spolaryzowana w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku wiązki padającej (Rys. 9).

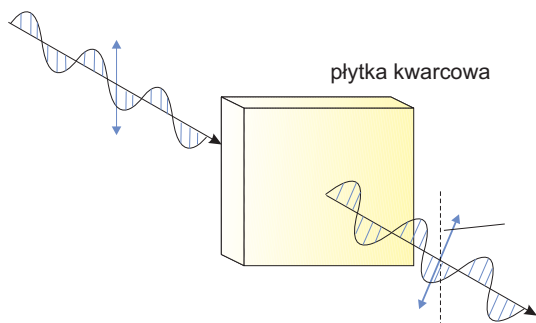


Rysunek 9. Polaryzacja światła przez rozproszenie.

SKRĘCENIE PŁASZCZYZNY POLARYZACJI ŚWIATŁA

W 1811 roku Dominique Arago stwierdził, że płytka kwarcowa powoduje **skręcanie płaszczyzny polaryzacji** światła przechodzącego przez tę płytkę. To znaczy, światło liniowo spolaryzowane w pewnej płaszczyźnie po przejściu przez płytkę kwarcową wciąż było spolaryzowane liniowo ale w innej płaszczyźnie, obróconej (skręconej) o pewien kąt ϕ względem płaszczyzny pierwotnej (Rys.

10).



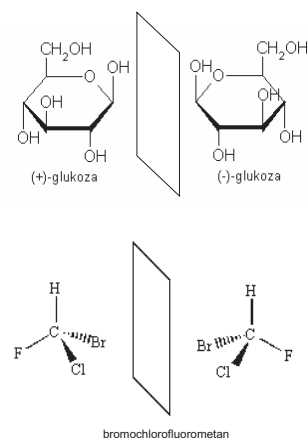
Rysunek 10. Płaszczyzna polaryzacji światła ulega skręceniu o kąt ϕ po przejściu przez płytkę kwarcową.

W 1815 roku Jean Baptist Biot odkrył, że naturalnie występujące związki organiczne takie jak cukier, terpentyna, kwas winny są **aktywne (czynne) optycznie** tj. skręcają płaszczyznę polaryzacji światła. Płaszczyzna polaryzacji światła ulega skręceniu przy przejściu światła przez ośrodki optycznie czynne takie jak: glukoza, fruktoza, sacharoza, większość olejków eterycznych, białka, alkaloidy. Istnieją substancje, które są optycznie czynne w stanie krystalicznym, a roztwory tych substancji nie wykazują tej właściwości, oraz substancje, które w stanie ciekłym i gazowym, a także w roztworach są optycznie czynne.

W 1848 roku Louis Pasteur badając sól kwasu winowego stwierdził, że winian sodowo-amonowy występuje jako mieszanina dwóch rodzajów kryształów będących wzajemnymi lustrzanymi odbiciami. Rozdzieliwszy te dwa rodzaje kryształów, sporządził z nich dwa rodzaje roztworów. Okazało się, że jeden roztwór wykazywał aktywność optyczną prawoskrętną, a drugi lewoskrętną. Ponieważ rozpuszczona substancja nie posiada określonej struktury krystalicznej, Pasteur wynioskował stąd, że przyczyną aktywności optycznej winianu sodowo-amonowy są dwa rodzaje *cząsteczek* różniących się aktywnością optyczną.

Rzeczywiście, okazuje się, że związki o takim samym wzorze sumarycznym mogą różnić się właściwościami fizyko-chemicznymi. Związki takie nazywamy **izomerami**. Izomery różniące się rozmieszczeniem atomów w przestrzeni, nazywa się **stereoizomerami**. Stereoizomery będące swoim lustrzanym odbiciem nazywane są **enancjomerami**, pozostałe **diastereoizomerami**. Cząsteczki danego związku nazywamy **chiralnymi**, jeśli istnieją w formie dwóch nienakładalnych na siebie enancjomerów (tak jak ręka lewa i prawa albo sprężyna lewo- i prawoskrętna, będąc swymi zwierciadlanymi odbiciami, są nienakładalne na siebie). Przykłady związków chiralnych przedstawiono na Rys. 11.

Generalnie, warunkiem koniecznym występowania czynności optycznej cząsteczek jest ich chiralność. Jeden z enancjomerów cząstek chiralnych wykazuje aktywność optyczną prawo- a drugi lewoskrętną. Jeśli roztwór za-



Rysunek 11. Związki chiralne występują w postaci dwóch nienakładalnych na siebie odbić lustrzanych (enancjomerów).

wiera enancjomery prawo- i lewoskrętne *w tej samej ilości* (jest to tzw. roztwór racemiczny), nie jest on czynny optycznie. Aktywność optyczną wykazują roztwory zawierające tylko jeden z enancjomerów cząstek chiralnych lub oba rodzaje, ale w różnych proporcjach. Aktywność optyczna substancji naturalnych (szczególnie aminokwasów) spowodowana jest tym, że występują one w przyrodzie w przeważającej części w formie cząsteczek lewoskrętnych.

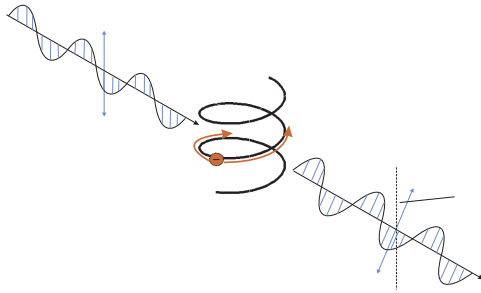
Aktywność optyczna kwarcu związana jest nie tyle z budową cząsteczek, ale z jego strukturą krystaliczną (o czym świadczy fakt, że zmielony lub ciekły kwarc nie wykazuje aktywności optycznej). Kwarc występuje w dwóch formach krystalicznych wykazujących prawo- i lewoskrętną aktywność optyczną. Mówimy, że są to struktury **enancjomorficzne**.

Okazuje się, że dla niektórych substancji aktywnych optycznie (sacharydów) będących w formie roztworów kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji może *zmieniać się w czasie*. Zjawisko to nazywamy **mutarotacją**. Przyczyną mutarotacji jest zmiana względnej liczby enancjomerów prawo- i lewoskrętnych w roztworze (jeden rodzaj izomeru przekształca się w drugi). Proces ten trwa aż do ustalenia się równowagi chemicznej między izomerami. Na przykład w stanie równowagi roztwór wodny D-glukozy zawiera 35,5% formy α i 64,5% formy β .

WYJAŚNIENIE ZJAWISKA AKTYWNOŚCI OPTYCZNEJ

Nienakładalne na siebie enancjomery cząstek chiralnych można porównać do obiektów w kształcie śruby prawo- lub lewoskrętniej. Załóżmy, że roztwór składa się tylko z jednego rodzaju enancjomeru, np. prawoskrętnego. Jeśli światło spolaryzowane pada na cząstkę śrubową, wówczas pobudza do drgań znajdujące się w cząsteczce

elektrony, które w takiej cząsteczce muszą poruszać się po drodze spiralnej - Rys. 12. Z powodu ruchu śrubowego



Rysunek 12. Model cząstki chiralnej. Elektron pobudzany do drgań przez falę spolaryzowaną liniowo drga wzdłuż linii śrubowej. Reemitowana przez drgający elektron fala ma wektory świetlne ułożone w płaszczyźnie obróconej o mały kąt $\delta\phi$ względem płaszczyzny polaryzacji światła padającego.

wego elektronu reemitowana przez niego fala elektromagnetyczna ma wektory świetlne o kierunku niezgodnym z kierunkiem wektorów świetlnych padającej fali, a zatem będzie spolaryzowana w innej płaszczyźnie niż fala padająca. Można pokazać, że efekt ten zachodzi niezależnie od orientacji cząsteczki i zawsze obrót wektora świetlnego zachodzi w tę samą stronę. Przejściu fali spolaryzowanej przez cząsteczki spiralne o jednakowej skrętności towarzyszy zatem zmiana płaszczyzny polaryzacji fali (aktywność optyczna).

Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji ϕ jest proporcjonalny do liczby cząsteczek, na które trafia fala podczas przechodzenia przez roztwór. Oznacza to, że ϕ jest proporcjonalne do stężenia roztworu c (wyrażonego w g/cm^3) oraz do długości drogi światła w roztworze l (prawo Biota):

$$\phi = [\alpha] c l. \quad (2)$$

Współczynnik proporcjonalności $[\alpha]$ zwany jest skręceniem właściwym i zależy on od rodzaju substancji rozpuszczonej, temperatury, rozpuszczalnika i długości fali światła. Znając współczynnik $[\alpha]$ i mierząc kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji ϕ można na podstawie wzoru (2) wyznaczyć nieznaną stężenie roztworu.

POLARYMETR

Zasada działania

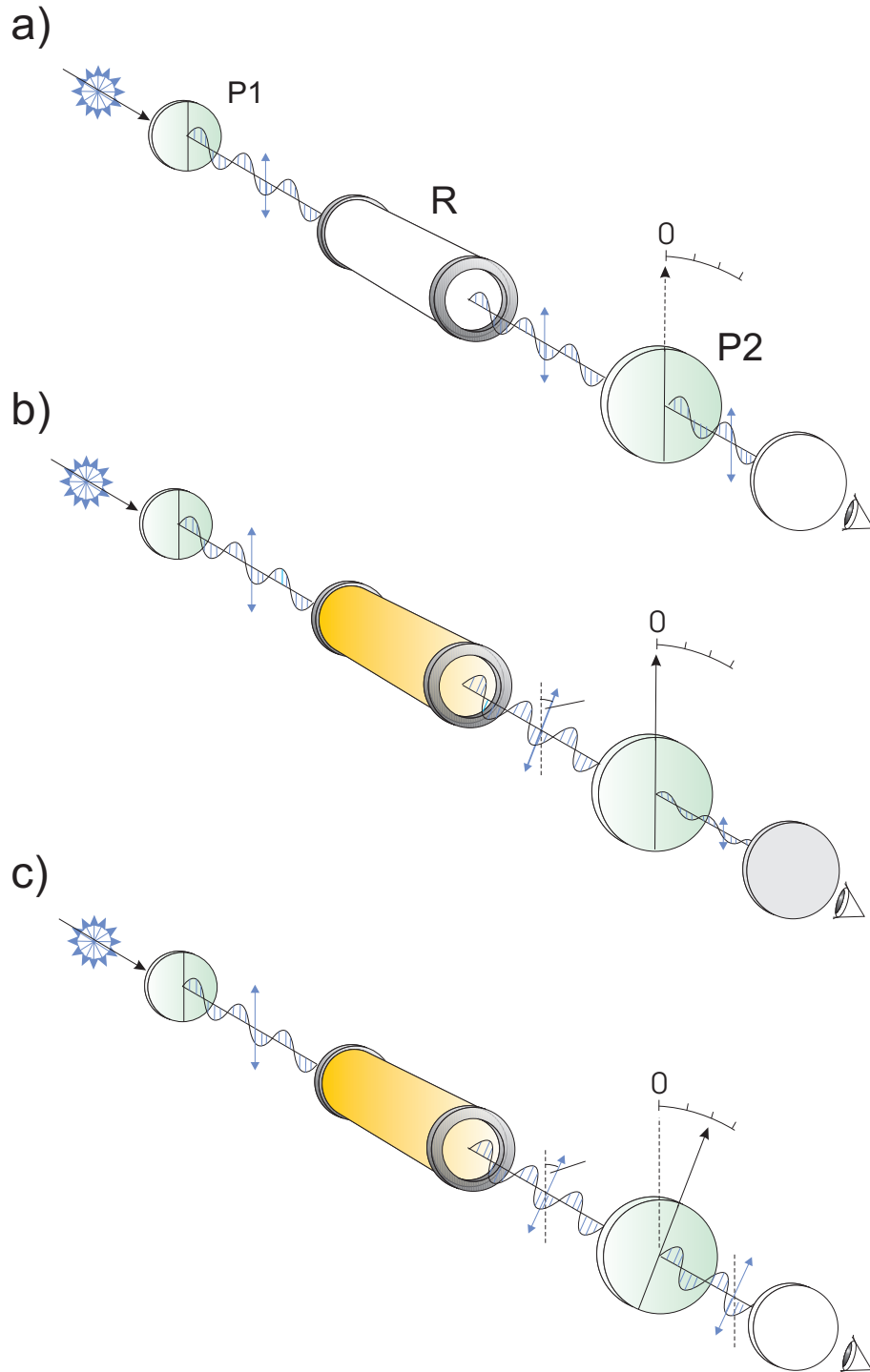
Do pomiaru kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji służy polarymetr. Ideę działania polarymetru przedstawiono na Rys. 13. Światło niespolaryzowane przechodzi przez polaryzator P1 ulegając polaryzacji. Spolaryzowana wiązka przechodzi przez rurkę R, w której umieszczają się badane roztwory. Jeśli rurka zawiera wodę lub inną

substancję nieczynną optycznie (Rys. 13a), światło wychodzi z niej spolaryzowane w tej samej płaszczyźnie, w jakiej było spolaryzowane przed wejściem do rurki. Następnie trafia na drugi polaryzator P2 (analyzer). Jeśli oś transmisji polaryzatora P2 jest zgodna z osią transmisji polaryzatora P1 (a więc i kierunkiem polaryzacji światła), otrzymujemy jasno oświetlone pole widzenia. Jeśli w rurce umieścimy substancję czynną optycznie (Rys. 13b), wówczas światło po wyjściu z rurki jest spolaryzowane liniowo w innej płaszczyźnie niż przed wejściem do rurki. Płaszczyzna polaryzacji światła zostaje obrócona o kąt ϕ . Jeżeli oś transmisji analizatora P2 pozostawimy zgodną z osią polaryzatora P1, wtedy pole widzenia ulegnie przyciemnieniu, bowiem analyzer przepuści jedynie składową pola elektrycznego fali padającej równą $E_0 \cos \phi$. Aby odzyskać pierwotną maksymalną jasność pola widzenia, należy analyzer obrócić o kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji ϕ . Wtedy bowiem ponownie całe pole elektryczne zostaje przepuszczone przez analyzer (Rys. 13c). Ze skali dołączonej do analizatora można odczytać kąt ϕ .

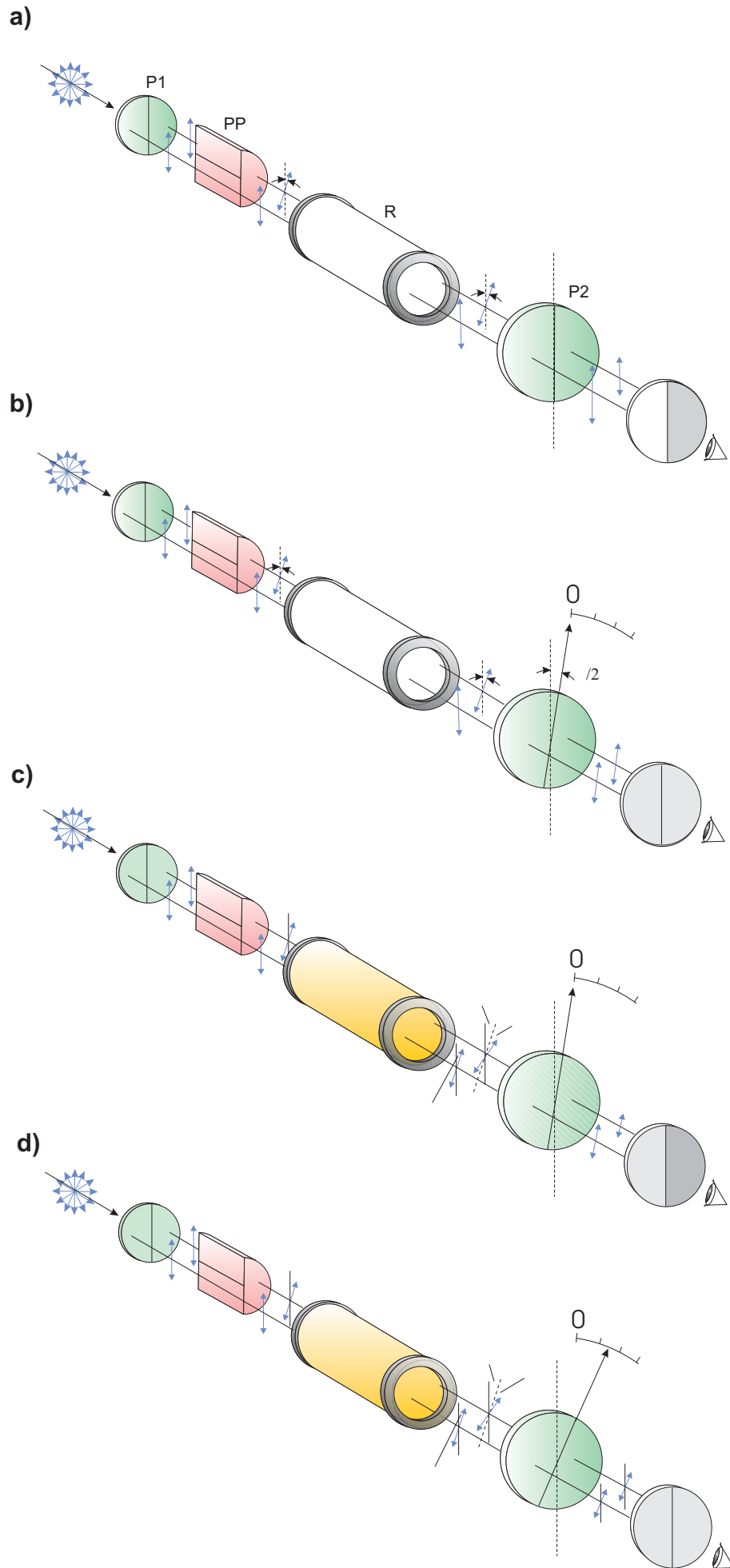
Polarymetr półcieniowy

W opisanej powyżej metodzie pomiar kąta skręcenia polaryzacji światła wymaga ustawienia analizatora w takiej pozycji, by uzyskiwać maksymalne oświetlenie pola widzenia. Ponieważ dość trudno ocenia się maksimum jasności, w praktyce używa się polarymetrów z dodatkowym elementem, tzw. płytką półcieniową PP (Rys. 14). Jest to płytka kwarcowa, która przesłania połowę pola widzenia. Założymy, że w rurce R jest woda lub inna substancja nieczynna optycznie. Z powodu tego, że w półcieniowej płytce kwarcowej zachodzi skręcenie płaszczyzny polaryzacji o pewien mały kąt β , przy zgodnych osiach transmisji polaryzatora P1 i analizatora P2, połowa pola widzenia będzie przyciemniona (Rys. 14a). W tej sytuacji należy ustawić analyzer w takiej pozycji, by obie połówki pola widzenia były jednakowo zaciemnione. Łatwo dostrzec, że aby to osiągnąć oś transmisji analizatora powinna pokrywać się z dwusieczną kąta β . Wtedy bowiem w *obu* połówkach pola widzenia przepuszczona zostanie przez analyzer składowa pola elektrycznego o tej samej wartości $E_0 \cos(\beta/2)$. Na skali kątowej polarymetru powinniśmy mieć wtedy wartość 0 (Rys. 14b).

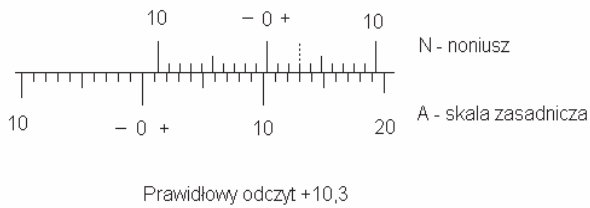
Jeśli w rurce R umieścimy ciecz optycznie czynną, to płaszczyzna polaryzacji światła po wyjściu z rurki ulegnie skręceniu o taki sam kąt ϕ w całym polu widzenia, co spowoduje różnicę oświetlenia poszczególnych jego połówek (Rys. 14c). Przywrócenie równego oświetlenia dokonuje się przez obrót analizatora P2 dokładnie o kąt ϕ równy skręceniu płaszczyzny polaryzacji przez badaną ciecz (Rys. 14d). Analyzer zaopatrzony jest w podziałkę kątową z *noniusem*, co pozwala na odczyt kąta ϕ z dokładnością do dziesiątych części stopnia - Rys. 15.



Rysunek 13. Zasada działania polarymetru (opis w tekście).

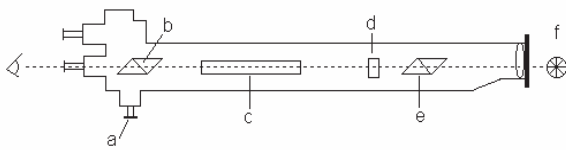


Rysunek 14. Zasada działania polarymetru półcieniowego (opis w tekście).



Rysunek 15. Zasada posługiwania się skalą z noniuszem: Kreska "0" noniusza jest wskazówką dla skali zasadniczej. Kreska noniusza pokrywająca się z którąś kreską skali zasadniczej wskazuje liczbę dziesiątych części kąta.

Szczegółowy schemat polarymetru Laurenta używanego na pracowni przedstawiono na Rys. 16.



Rysunek 16. Polarymetr Laurenta: a - śruba regulująca położenie analizatora, b - analizator (nikol), c - rurka pomiarowa z roztworem, d - półcieniowa płytka kwarcowa, e - polaryzator (nikol), f - źródło światła.

Wykonanie pomiarów

1. Ustawić lampę naprzeciw polaryzatora tak, aby pole widzenia było dostatecznie oświetlone.

2. Obracając analizator ustawić go w takiej pozycji, aby obie połowki pola widzenia były jednakowo oświetlone. Odczytać wynik ustawienia na skali z noniuszem i zapisać wynik pomiaru. Powtórzyć pomiar 10 razy i wyniki zapisać jako ϕ_0 .

3. Napełnić rurkę pomiarową wodą destylowaną i wstawić ją do polarymetru. Sprawdzić czy zmieniła się wartość ϕ_0 . (Jeżeli tak, wymyć dokładnie rurkę i powtórzyć punkt 2 i 3).

4. Napełnić nim rurkę pomiarową roztworem cukru o stężeniu $c = (10 \text{ g cukru}) / 100 \text{ cm}^3$. Uwaga: W rurce nie mogą pozostać pęcherzyki powietrza.

5. Włożyć rurkę z roztworem do polarymetru i zmierzyć kąt skręcenia (10 razy). Oznaczyć tą wartość jako ϕ_1 .

6. Podobnie wykonać pomiary kąta skręcenia (także 10 razy) dla roztworu o stężeniu c_A (roztwór A) i stężeniu

c_B (roztwór B). Wyniki oznaczyć odpowiednio jako ϕ_A i ϕ_B .

Opracowanie wyników

1. Wyliczyć wartości średnie $\phi_{0_{\acute{s}r}}$, $\phi_{1_{\acute{s}r}}$, $\phi_{A_{\acute{s}r}}$, $\phi_{B_{\acute{s}r}}$.

2. Obliczyć skręcenie właściwe cukru korzystając ze wzoru:

$$[\alpha] = \frac{\phi_1 - \phi_0}{c \cdot l}, \quad (3)$$

gdzie:

c - stężenie roztworu = 10 g / 100 cm³

l - długość rurki pomiarowej = 14,8 cm,

a za wartości ϕ_0 i ϕ_1 wstawić uzyskane w p. 1 wyniki dla $\phi_{0_{\acute{s}r}}$ i $\phi_{1_{\acute{s}r}}$. Wynik należy podać stosując jednostkę cm²/g.

3. Obliczyć stężenie roztworu A korzystając z zależności:

$$c_A = \frac{\phi_A - \phi_0}{[\alpha] \cdot l}, \quad (4)$$

wstawiając za ϕ_A otrzymaną w p. 1 wartość $\phi_{A_{\acute{s}r}}$.

4. Podobnie jak dla roztworu A, obliczyć stężenie roztworu B.

5. Dla roztworów A i B obliczyć składy procentowe tych roztworów według wzoru:

$$p = c/d,$$

gdzie c - stężenie roztworu, d - gęstość roztworu, którą należy odczytać z załączonej Tabeli I.

Tabela I. Zależność gęstości roztworu cukru od jego stężenia.

c [g/100 cm ³]	d [g/cm ³]
1	1,0021
5	1,0177
10	1,0367
15	1,0558
20	1,0748
25	1,0942
30	1,1136

Wyznaczanie niepewności pomiarowych

1. Ze względu na 10-cio krotne powtarzanie pomiarów, obliczyć niepewności standardowe $u(\phi_0)$, $u(\phi_1)$, $u(\phi_A)$,

$u(\phi_B)$ wyznaczenia średnich $\phi_{0\delta r}$, $\phi_{1\delta r}$, $\phi_{A\delta r}$, $\phi_{B\delta r}$ zgodnie z wzorem (3) w materiałach "Wprowadzenie do metod opracowania wyników pomiarowych".

2. Stosując wzór (9) z materiałów "Wprowadzenie ...", obliczyć niepewność standardową pomiaru $[\alpha]$, tj.:

$$u([\alpha]) = \sqrt{\left(\frac{\partial[\alpha]}{\partial\phi_0}\right)^2 u^2(\phi_0) + \left(\frac{\partial[\alpha]}{\partial\phi_1}\right)^2 u^2(\phi_1)}. \quad (5)$$

3. Wstawiając wyrażenie (3) do (4), otrzymujemy:

$$c_A = \frac{\phi_A - \phi_0}{\phi_1 - \phi_0} c, \quad (6)$$

Zastosować wzór (9) z materiałów "Wprowadzenie ...", do wyrażenia (6) i obliczyć niepewność standardową pomiaru c_A , czyli:

$$u(c_A) = \sqrt{\left(\frac{\partial c_A}{\partial\phi_0}\right)^2 u^2(\phi_0) + \left(\frac{\partial c_A}{\partial\phi_1}\right)^2 u^2(\phi_1) + \left(\frac{\partial c_A}{\partial\phi_A}\right)^2 u^2(\phi_A)}.$$

4. Analogicznie postąpić przy obliczaniu niepewności standardowej pomiaru c_B .